

O ver-como wittgensteiniano e suas implicações para a aprendizagem da Matemática: um ensaio

Wittgenstein's seeing-as and its implications for the learning of mathematics: an essay

Paulo Vilhena da Silva¹
Marisa Rosâni Abreu da Silveira²

Resumo

Com o objetivo de incrementar o debate sobre a questão da visualização no aprendizado da Matemática, procuramos apontar como a filosofia da linguagem de Wittgenstein, em especial seu conceito de *ver-como*, pode ajudar a compreender algumas das dificuldades de aprendizagem da Matemática, como, por exemplo, *ver* a diagonal de um retângulo *como* a hipotenusa de um triângulo retângulo. Conforme evidenciou Presmeg (2006), a maioria das pesquisas que tratam desse âmbito fundamentam-se na Psicologia da Matemática, daí a relevância em discutir essa questão tendo como base a filosofia da linguagem, no sentido de apontar perspectivas diferentes. Assim, desenvolveremos o presente artigo como segue: discutiremos o significado como *uso* na filosofia da linguagem de Wittgenstein, o que nos ajudará a compreender o conceito de *ver-como* não como um processo mental, mas como o domínio de técnicas, para, então, discutirmos como as ideias desse filósofo podem ajudar a lançar luz sobre algumas questões sobre a visualização no aprendizado da Matemática.

Palavras-Chave: Ver-como. Domínio de técnicas. Aprendizagem da Matemática.

Abstract

Aiming to enhance the debate on visualization in learning of mathematics, we seek to show how the philosophy of Wittgenstein, especially his concept of seeing-as, can help us to understand some of the difficulties in learning of mathematics, such as see the diagonal of a rectangle as the hypotenuse of a rectangular triangle. As evidenced in Presmeg (2006), most research that deal with this scope are based on the psychology of mathematics, hence the relevance to discuss this issue based on the philosophy of language: to point out different perspectives. Thus, we will develop this paper as follows:

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, é professor da rede pública do município de Ananindeua (PA), paulovilhena1@gmail.com.

² Doutora em Educação, é professora Adjunta do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, marisabreu@ufpa.br.

we discuss the meaning as use in Wittgenstein's philosophy of language, which will help us understand the concept of seeing-as not as a mental process, but as the mastery of techniques, for then discuss how the ideas of this philosopher may help shed light on some issues about visualization in learning of mathematics.

Keywords: Seeing-as. Mastery of techniques. Learning of mathematics.

O que diríamos de pessoas que não entendessem as palavras “Estou vendo esta figura agora como..., agora como...”? Um sentido importante estaria faltando a elas? Seria como se elas fossem cegas? Ou daltônicas? Ou não tivessem ouvido absoluto? (WITTGENSTEIN, 2008, p. 50)

1 Introdução

O interesse a respeito das discussões sobre a visualização no aprendizado da Matemática vem crescendo desde a década de 90, quando reconheceu-se sua importância na Educação Matemática, conforme aponta Flores (2010). Ainda segundo a autora, apesar da recente ênfase, as pesquisas sobre o *ver* ainda carecem de estudos que nos ajudem a melhor compreender o papel da visualização no aprendizado dessa disciplina.

Embora haja algumas exceções³, grande parte das pesquisas no âmbito da Educação Matemática fundamentam-se em perspectivas cognitivistas. Especificamente no âmbito das pesquisas sobre a visualização no aprendizado da Matemática, Presmeg (2006) realizou um estudo fornecendo um panorama das tendências deste tema de pesquisa, no qual é possível notar que a maioria dos trabalhos que se ocupam do *ver* no aprendizado dessa disciplina propõe um viés cognitivista, encabeçados pela Psicologia da Matemática: a visualização depende da representação mental, isto é, da criação de imagens em nossa mente. Nessa perspectiva, a visualização é um processo de criar e transformar imagens mentais.

Propomos aqui um olhar diferente a respeito desse assunto, discutindo a questão do *ver* baseados nos estudos da filosofia da linguagem. Como se sabe, há uma oposição entre a filosofia da consciência e a filosofia da linguagem. Na

³ Podemos citar, como exemplo, as pesquisas do Grupo de Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática (GELIM), da Universidade Federal do Pará: gelimufpa.blogspot.com.br.

educação, aquela é representada principalmente pelo cognitivismo. A filosofia da consciência considera que para todo tipo de compreensão há um *a priori*, que seria ideal, mental ou empírico e neste sentido, haveria uma essência comum que percorreria todos os conceitos (HEBECHE, 2002). Tal filosofia se baseia em uma concepção referencialista da linguagem, na qual a linguagem é apenas um apoio para algo que de certa forma já existe em algum lugar, ideal, mental ou empírico.

Em todas estas tentativas de compreensão dos processos cognitivos e empíricos que permitiriam a construção e transmissão do conhecimento matemático, os fundamentos últimos da atividade matemática têm sido procurados em reinos ideais, empíricos ou mentais [...]. Assim, embora diverjam entre si quanto ao *locus* natural dos fundamentos últimos da atividade matemática, comungam a crença de que a nossa linguagem teria uma função essencialmente comunicativa e descritiva dos significados que atribuímos às nossas experiências em geral. Metaforicamente, é como se a linguagem apenas revestisse de palavras esses significados, tendo a função exclusiva de “etiquetar” os objetos, nomeando-os (GOTTSCHALK, 2008, p. 76-77).

No final do século XIX, com a virada linguística⁴, passa-se a reconhecer o papel de nossas expressões linguísticas na constituição do significado, de modo que a linguagem deixa de ser vista apenas como um suporte referencial. Um dos grandes expoentes da virada linguística e, conseqüentemente, da filosofia da linguagem, é o filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein⁵, principal referência teórica para o presente artigo, tendo em vista que “na constituição da teoria contemporânea da imagem, a filosofia de Ludwig Wittgenstein, sem dúvida, se tornou uma grande referência conceitual” (ALLOA, 2011, p. 179).

Em geral, costuma-se falar em “primeiro” e “segundo” Wittgenstein. Pode-se dizer que o chamado primeiro Wittgenstein refere-se a sua filosofia no *Tractatus Logico-Philosophicus* (1993), primeiro livro publicado pelo filósofo, e o que é chamado de segundo Wittgenstein refere-se aos seus escritos após 1933,

⁴ Em poucas palavras, essa expressão nomeia um novo paradigma quanto ao modo de se fazer filosofia, no qual há o predomínio da linguagem sobre o pensamento como um dos objetos da investigação filosófica (RORTY, 1991).

⁵ Ludwig Wittgenstein, filósofo austríaco, escreveu principalmente a respeito de filosofia da linguagem, filosofia da matemática e psicologia filosófica.

época que tem como principal obra as *Investigações Filosóficas* (1999). Neste trabalho, basear-nos-emos nos trabalhos do chamado “segundo Wittgenstein”.

Com o objetivo de incrementar o debate sobre essas questões, propomos uma discussão a respeito do *ver-como* em Wittgenstein, apontando sua relevância para as discussões a respeito da visualização no ensino de matemática, tratando de situações como: por que o aluno não vê 8 como 2^3 , quando estuda equações exponenciais, mesmo tendo estudado a potenciação anteriormente? Ou por que os aprendizes muitas vezes não percebem que, ao traçar a diagonal de um retângulo, determinamos dois triângulos retângulos?

Ao discutir sobre os conceitos de *ver* e *ver-como*, o filósofo não buscava apenas elucidar o uso dos conceitos mentais na psicologia, mas também esclarecer confusões conceituais na Matemática. Não se trata, vale dizer, de ignorar ou tentar minimizar os estudos feitos pelo viés cognitivista, mas de apontar novas perspectivas para este âmbito de pesquisa.

Para tanto, propomos desenvolver o presente trabalho da seguinte forma: discutiremos o significado como *uso* na filosofia da linguagem de Wittgenstein, o que nos ajudará a compreender o conceito de *ver-como* não como um processo mental, mas como o domínio de técnicas, que dependem de hábito e educação, para, então, discutirmos como as ideias desse filósofo podem ajudar a lançar luz sobre algumas questões no aprendizado da Matemática.

2 O significado na perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein

Como acontece que alguém diga “lajota!” e queira dizer “traga-me uma lajota”? Como ocorre que alguém diga “cinco lajotas” expressando uma informação e não um pedido? E como acontece que o “receptor” das mensagens compreenda as sentenças de uma forma e não de outra? Isto está ligado ao modo de funcionamento de nossa linguagem. Estas são apenas algumas das questões que foram objeto de reflexão do filósofo Wittgenstein. Diria ele: “Apenas

numa linguagem posso querer dizer algo com algo” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 41). Esclareceremos tal questão.

Para mostrar que os usos das palavras, embora aparentados, tem funções diferentes, Wittgenstein sugere comparar a linguagem com as alavancas de uma locomotiva: todas são mais ou menos parecidas, afinal todas serão manobradas com a mão, entretanto, cada uma tem uma função diferente (WITTGENSTEIN, 1999). Em outro trecho o filósofo compara a linguagem com um conjunto de ferramentas: as ferramentas guardam semelhanças entre si, mas cada uma tem sua função:

Pense nas ferramentas em sua caixa apropriada: lá estão um martelo, uma tenaz, uma serra, uma chave de fenda, um metro, um vidro de cola, cola, pregos e parafusos. – Assim como são diferentes as funções desses objetos, assim são diferentes as funções das palavras. (E há semelhanças aqui e ali.) (WITTGENSTEIN, 1999, p. 31).

A analogia entre linguagem e ferramentas deve lembrar-nos de que palavras são usadas para diferentes propósitos. A linguagem não é uma ferramenta que serve a um propósito, mas uma coleção de ferramentas, servindo a uma variedade de finalidades. Há inúmeras possibilidades de atividades nas quais empregamos a linguagem. Podemos usá-la para comandar, descrever, relatar, conjecturar, contar histórias, representar teatro, ler, contar piadas, cantar, pedir, agradecer, maldizer, saudar, orar etc. (WITTGENSTEIN, 1999) e cada atividade, cada contexto possui técnicas de aplicação diferentes.

As diversas práticas nas quais a linguagem está inserida, os diferentes contextos de emprego da linguagem, são chamados por Wittgenstein de *jogos de linguagem*:

Chamarei também de “jogos de linguagem” o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está entrelaçada. O termo “*jogo de linguagem*” deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (WITTGENSTEIN, 1999, p. 29; 35).

Portanto, o significado de uma expressão linguística é (na grande maioria dos casos) seu uso na linguagem (1999, p. 43). O sentido de uma palavra ou

expressão linguística, bem como sua lógica e técnica de uso, dependem da atividade em que está envolvida, de nossos hábitos e costumes:

Não há uma “lógica da linguagem”, mas muitas; a linguagem não tem nenhuma essência única, mas é uma vasta coleção de diferentes práticas, cada qual com sua própria lógica. O significado não consiste na relação entre palavras e coisas ou numa relação figurativa entre proposições e fatos; o significado de uma expressão é, antes, seu *uso* na multiplicidade de práticas que vão compor a linguagem. Além disso, a linguagem não é algo completo e autônomo que pode ser investigado independentemente de outras considerações, pois ela se entrelaça com todas as atividades e comportamentos humanos; conseqüentemente nossos inúmeros diferentes usos dela recebem conteúdo e significado de nossos afazeres práticos, nosso trabalho, nossas relações com as outras pessoas e com o mundo que habitamos (GRAYLING, 2002, p. 90).

A palavra “água”, por exemplo, conforme aponta Moreno (2000), pode ser usada para referir-se ao elemento natural assim denominado; para ensinar uma criança ou a um estrangeiro sua aplicação como nome; sob a forma de um pedido, quando estamos sedentos; posso usá-la como pedido de rendição a meu adversário; como pedido urgente daquilo que ela denomina, para apagar um incêndio e muitos outros usos que podemos imaginar.

Aqui é importante notar: uma mesma palavra (ou conceito) pode ser usada em diferentes situações. Cada uso de uma mesma palavra, por exemplo, as diferentes aplicações da palavra água, possui uma "cara", um "aspecto" particular. Embora os diferentes usos guardem alguma semelhança entre si, os traços semelhantes não necessariamente estão presentes em todos os usos, assim como, de acordo com Wittgenstein, nas características entre os membros de uma família: o filho pode ter o temperamento semelhante ao do pai, mas seu cabelo se assemelha ao da mãe, os olhos são aparentados com os de sua avó, etc. e essas semelhanças se sobrepõem.

A esse fenômeno o filósofo denomina *semelhanças de família* e o exemplifica discorrendo a respeito das atividades as quais chamamos jogos, mostrando que mesmo que chamemos a todas de "jogos", não significa que haja um traço comum que perpassasse todos os usos do conceito de jogo: em muitos

deles há um ganhar e um perder, mas se uma criança joga a bola na parede e a apanha de volta, essa característica não está mais presente; podemos notar também a diferença em relação a habilidade em jogos como o xadrez e o futebol; há sempre uma concorrência entre os jogadores? Basta pensarmos no jogo paciência.

E tal é o resultado desta consideração: vemos uma rede complicada de semelhanças, que se envolvem e se cruzam mutuamente. Semelhanças de conjunto e de pormenor. Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhanças de família”; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento etc., etc. – E digo: os jogos formam uma família (WITTGENSTEIN, 1999, p. 52).

Voltando aos questionamentos feitos nessa seção, esclarecemos que é no jogo de linguagem que diferenciamos o que queremos dizer. Como vimos, os jogos de linguagem estão apoiados em atividades, em práticas que envolvem a linguagem. É no uso que as palavras adquirem sentido, ou seja, dentro de seus contextos, que envolvem tom de voz característico em cada frase, expressões faciais, etc. O que nos permite compreender as ações e palavras dos outros é a comunidade linguística que partilhamos, o mesmo universo de atividades e práticas linguísticas de nosso modo de vida.

3 O *ver-come* wittgensteiniano: domínio de técnicas

O que acontece quando, ao observar uma figura ambígua⁶, vemo-la ora *como* uma coisa, ora *como* outra? Ver⁷ diferentes aspectos em uma figura é como um interpretar, daí, conforme Bouveresse, ser “impossível estabelecer uma distinção precisa entre ver e interpretar” (BOUVERESSE, 1973, p. 201).

⁶ Figuras ambíguas são aquelas nas quais é possível ver duas ou mais formas diferentes.

⁷ Os conceitos de ver, imaginar, pensar e interpretar, do ponto de vista de Wittgenstein, não são processos psicológicos internos, mas a maneira como tais palavras são usada em seus diversos contextos de aplicação na linguagem ordinária.

Segundo Wittgenstein, o conceito de *ver-como* está relacionado com o conceito de interpretar porque, nesse caso, o interpretar é como um pensar, um ver de novo:

“É um pensar? É um ver?”. Não seria isso equivalente a “É um *interpretar*? É um ver”. E interpretar é uma espécie de pensar, e frequentemente ocasiona uma repentina mudança de aspecto. Posso dizer que ver aspectos está *relacionado* com interpretar? Minha inclinação era de fato dizer: “É como se eu *visse* uma *interpretação*”. Pois bem, a expressão desse ver está relacionada com a expressão do interpretar (WITTGENSTEIN, 1998, p. 26).

Para dissertar a respeito dos conceitos de *ver*, *ver-como*, *revelação do aspecto*, *cegueira para o aspecto*, etc., Wittgenstein usa como exemplo a figura lebre-pato (L-P) de Jastrow (1901), na qual é possível ver ora um pato, ora uma lebre:

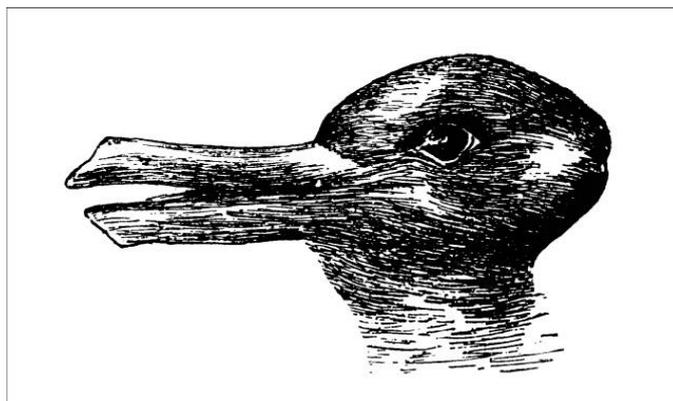


Figura 1: figura lebre-pato de Joseph Jastrow (1901).

Aqui cresce a estranheza, o “mistério”, uma vez que temos a impressão de que a figura mudou, mas, ao mesmo tempo, sabemos que a figura é a mesma:

Observo um rosto e noto de repente sua semelhança com um outro. Eu *vejo* que não mudou; e no entanto o vejo diferente. Chamo esta experiência de “notar um aspecto”. [...] A expressão da mudança de aspecto é a expressão de uma *nova* percepção, ao mesmo tempo com a expressão da percepção inalterada (WITTGENSTEIN, 1999, p. 177-180).

Segundo o filósofo, o fato de vermos uma figura ora de uma maneira, ora de outra, não se deve a processos mentais, mas ao domínio de técnicas, o uso de

regras, já que “o caso do significado vivenciado tem *afinidade* com o da visão de uma figura como isto ou aquilo” (WITTGENSTEIN, 2008, p. 223), o que quer dizer que o conceito de observar um aspecto está muito próximo do conceito de vivência da significação de uma palavra, isto é, do domínio dos vários usos que pode ter uma palavra (BUDD, 1989). Daí que, assim como compreender os diferentes empregos de uma palavra depende do domínio de suas regras de uso, notar os aspectos em uma figura depende do domínio de técnicas. Isso porque as regras para o uso do conceito de ver distinguem-se de uma teoria da visão (WITTGENSTEIN, 1989). Hebeche (2002), um dos comentadores da filosofia da psicologia de Wittgenstein, nos ajuda a esclarecer tal questão ao apontar que tais regras

Tomam a significação das palavras como se fosse uma fisionomia, isto é, os significados dos conceitos psicológicos presentes na linguagem ordinária se parecem às sutilezas de um rosto. Portanto o ver ou o manifestar aspectos não se limita ao campo da experiência visual. [...] A metáfora visual não nos deve enganar: os aspectos de uma palavra são o domínio de técnicas que a aproximam das funções das outras palavras na linguagem. (HEBECHE, 2002, p. 93).

Isto é, assim como uma mesma figura pode nos revelar diferentes aspectos, uma mesma palavra pode ter diferentes aspectos em seus diferentes usos, daí Wittgenstein sugerir que uma palavra pode ter “um rosto familiar” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 197).

Destarte, compreender algo, assim como notar os diferentes aspectos em uma figura ambígua é ter uma habilidade, é dominar técnicas de uso da linguagem. Técnica aqui no sentido de um “saber-fazer”, do domínio do uso de regras. Quando dizemos “Eu sei...”, estamos dizendo algo semelhante a “Eu posso...” ou “Sou capaz de...” ou ainda “Eu compreendo”.

“A gramática da palavra “saber” está, evidentemente, intimamente aparentada com a de “poder”, “ser capaz de”. Mas também estreitamente aparentada com a da palavra “compreender”. (‘Domínio’ de uma técnica)” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 75).

Quem compreende algo é capaz de fazer certas coisas. Por exemplo, quem compreende o uso de uma palavra pode empregá-la, é capaz de ensiná-la a alguém seu uso, sabe dar exemplos, etc. Daí Baker & Hacker (2005), analisando as ideias de Wittgenstein, apontarem que, se procurássemos o “local” onde se encontra a compreensão, esta estaria junto das habilidades: “Compreender uma frase significa compreender uma linguagem. Compreender uma linguagem significa *dominar uma técnica*” (WITTGENSTEIN, 1999, p.92).

Algumas vezes, ao subitamente compreendermos algo, como a lei de uma série numérica, ou ao notar um aspecto diferente em uma figura ambígua, dizemos “agora eu sei”, “agora eu compreendo”, “agora eu vejo” ou ainda “agora eu posso!” e temos a impressão de que algo misterioso aconteceu em nossa mente. Entretanto, compreender algo de repente marca uma mudança: da incompreensão à compreensão, portanto, de não ser capaz de fazer certas coisas a ser capaz de fazê-las. “Agora eu compreendo”, “agora eu vejo” ou “agora eu sei” representa o “*nascimento*” de uma habilidade (BAKER & HACKER, 2005).

Compreender um tema musical, uma fórmula matemática, um jogo etc., assim como seguir regras, está relacionado à nossa participação em diversificadas práticas linguísticas – que envolvem compreender e seguir regras – de nossa forma de vida, da maneira como vivemos e agimos, isso porque as regras que fundamentam nossas habilidades fazem parte de nossas instituições, são criações humanas e, portanto, precisam ser aprendidas.

Assim, o “enigma”, o “mistério” ou a “estranheza” que vivenciamos ao ver diferentes aspectos em uma figura ambígua se desfazem quando paramos de pensar em processos mentais ocultos e olhamos para os usos das palavras, isto é, para o domínio de técnicas linguísticas:

Ver imediatamente na figura um coelho, implica em já dominarmos uma série de técnicas de apresentação do simples. Já nos apresentaram coelhos, sabemos que se trata de um animal, que come cenouras, tem orelhas grandes, comparamos vários coelhos entre si, etc. São esses diversos empregos da palavra “coelho” que nos permitem atribuir significado aos traços empíricos diante de nossos olhos e atribuir significado à figura. Ver a mesma figura *como* pato, também pressupõe que se tenha de antemão o

conceito de pato, e que se possa lançar mão de determinadas técnicas de comparação, para que se atribua aos mesmos traços empíricos o significado de pato (GOTTSCHALK, 2006, p. 75-76).

O grau de liberdade com que se vê, na figura, ora um pato, ora uma lebre depende do “domínio de uma diversidade” (GIANNOTTI, 1995), isto é, a percepção é conceitual: só sou capaz de visualizar, na figura L-P, uma lebre se já possuo (se aprendi) o conceito de lebre, e o mesmo para visualizá-la como pato. Isso implica que verei apenas o pato se possuo o conceito de pato e não o conceito de lebre e vice-versa.

4 O *ver-come* no aprendizado da matemática

Vejamos como o *ver-come* wittgensteiniano pode trazer luz a algumas questões da aprendizagem matemática. Começamos com um exemplo dado pelo filósofo na segunda parte das *Investigações*: quando estamos ensinando a respeito dos triângulos, desenhamos a figura de tal maneira e instruímos os alunos a ver o desenho de pontos de vista diferentes: dizemos que isto é a base e aquilo é o vértice; de outro ponto de vista, tomamos agora isto *como* vértice e aquilo *como* base. Isto é, assim como podemos *ver* uma lebre *como* pato, é possível *ver* um triângulo A *como* um triângulo B. Dessa forma, o aprendiz vê a figura de maneiras diferentes e vai aprendendo a visualizar e reconhecer essa figura em diferentes situações, isto é, um novo modo de ver a figura é sugerido. Assim o filósofo conclui: “o substrato desta vivência é o domínio de uma técnica” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 189-190), isto é, o *ver-come* não depende de um processo introspectivo, mas do domínio das “sutilezas da linguagem”.

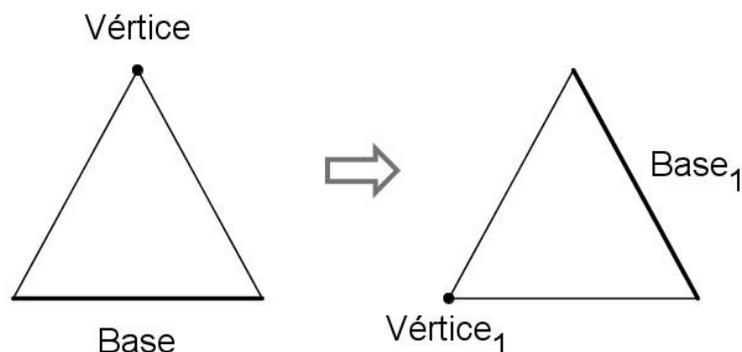


Figura 2: Um triângulo visualizado de pontos de vista diferentes.
Fonte: Imagem construída pelos autores

Para outro exemplo, Imaginemos a seguinte situação suscitada em Silva (2011): o professor ensina o Teorema de Pitágoras ao estudante. O mestre resolve exemplos com triângulos retângulos dispostos em posições diferentes, com diferentes medidas, mostra que, por meio deste teorema ele pode, dependendo do caso, calcular a hipotenusa, ou os catetos etc. e suponhamos que o aprendiz compreenda de forma satisfatória as explicações do professor e seja capaz de resolver exercícios semelhantes.

Agora o professor deseja que o aluno, por meio dos ensinamentos que recebeu sobre o Teorema de Pitágoras a propósito dos triângulos retângulos, calcule a diagonal de um retângulo ABCD. Entretanto, ao solicitar que o aluno resolva tal questão, este mostra que não sabe bem o que fazer. O aluno inclusive pode dizer ao professor que não lhe ensinou aquilo, que não mostrou como calcular a diagonal do retângulo etc. E o aluno parece ter razão.

Algo semelhante a essa situação já deve ter acontecido com muitos de nós professores de matemática e talvez nos perguntamos “Por que ele não percebe? Parece tão claro o que ele deve fazer”. Bem, será que então não seria oportuno também perguntar por que um uso diferente de uma regra deveria ser óbvio ao aprendiz? Por que seria óbvio *ver* a diagonal do retângulo *como* a hipotenusa de um triângulo retângulo?

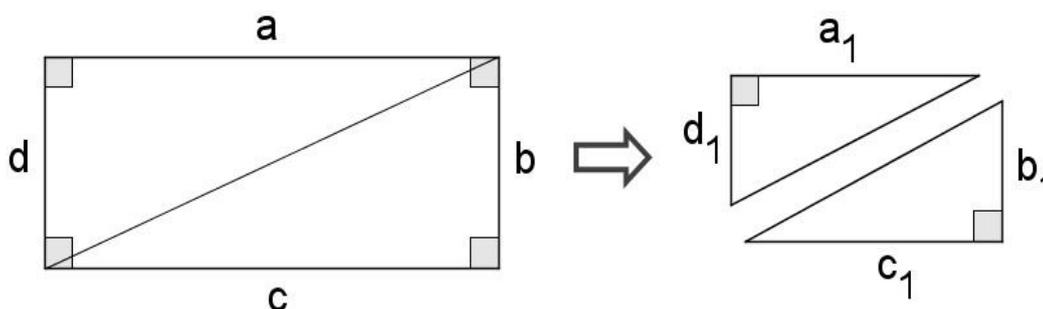


Figura 2: Retângulo dividido em 2 triângulos retângulos.

Fonte: Imagem construída pelos autores

Como vimos, o *ver-come* depende do domínio de técnicas, que em geral não são óbvias, mas que precisam ser aprendidas. Uma regra, por si só, não comporta suas aplicações, ela não nos diz *quando* aplicá-la. Em geral, não nos são óbvias novas possibilidades de aplicação de uma regra que dominamos em determinado contexto. McGinn (2002), analisando a discussão a respeito do “seguir regras”, proposta por Wittgenstein nas *Investigações*, argumenta que não há um “link superlativo” entre uma regra e suas aplicações:

Só nos tornamos conscientes da possibilidade de usar uma regra de modo diferente, quando alguém nos indica um uso diferente como uma aplicação desta. Normalmente, a possibilidade dessas outras aplicações nem mesmo nos ocorre; nós simplesmente aplicamos a regra da forma como fomos treinados - em consonância com a nossa prática de usá-la - e nada que nos incomode ocorre (MCGINN, 2002, p. 104).

Quando ensinamos uma regra em um dado contexto, por vezes, ingenuamente, acreditamos que o aprendiz saberá aplicá-la em um novo conteúdo matemático, em um novo contexto. Notar que ao traçar a diagonal do retângulo determinamos dois triângulos retângulos, ou notar que a diagonal do retângulo pode ser considerada também como a hipotenusa de um triângulo retângulo depende do domínio de técnicas, isto é, carece da instrução de um novo modo de ver. É sugerido ao aprendiz, nesse caso, que *veja* a diagonal do retângulo *como* hipotenusa de um triângulo retângulo.

Caso semelhante pode ser visto no aprendizado de equações exponenciais. Por exemplo, dizemos que $x = 5$ na equação $2^x = 2^5$, pois as

bases são iguais. Entretanto, ao resolver uma equação exponencial como $2^x = 8$, o aprendiz precisa *ver* o 8 *como* 2^3 , o que, mais uma vez depende do aprendizado de habilidades e da instrução intencional do professor, mostrando que, na resolução de equações exponenciais, muitas vezes é preciso *ver* um número *como* uma potência. Aqui interessa notar que visualizar um número na forma de uma potência é aprender uma nova conexão: entre a técnica de contar fatores e a técnica de multiplicar; tal conexão nos permite ver o número 8 de uma nova maneira (GOTTSCHALK, 2006).

Outro exemplo, presente em Silva (2011), mostra a dificuldade de um aprendiz que pode ser esclarecida pelas ideias de Wittgenstein: é solicitado aos alunos de uma turma do quinto ano que verifiquem se a expressão " $5 \times 3 = 3 \times 5$ " é verdadeira e, caso seja falsa, que seja corrigida. Parece claro que a maioria dos estudantes sabe que ambas as multiplicações têm 15 como resultado, mas a escrita em "forma de equação" parece ter-lhes confundido, já que esperavam o número 15 do lado direito da igualdade, como mostra a "correção" feita por um aluno: " $5 \times 3 = 15$, não 3×5 , essa é falsa. A multiplicação a gente tem que fazer assim: $5 \times 5 = 25$, é assim" (SILVA, 2011, p. 71).

Aparentemente, a preocupação dos alunos, como mostra o recorte acima, é multiplicar. Se há o sinal de multiplicação e o sinal de igualdade, parece que o correto, para o aprendiz, é multiplicar: assim o aluno diz que " $5 \times 3 = 15$ " e que não poderia ser " 3×5 ", embora saiba que " 3×5 " também resulta 15. No quinto ano os aprendizes ainda não estudaram equações, o que lhes permitiria saber que, mesmo que escrito de maneira diferente, o que está de um lado da igualdade é igual (tem o mesmo valor) ao que está do outro lado da igualdade, o que lhes possibilitaria ver " 5×3 " *como* " 3×5 ", isto é, reconhecer que a expressão " $5 \times 3 = 3 \times 5$ " é verdadeira.

Nas duas últimas situações aqui apresentadas falta aos aprendizes o domínio de técnicas, isto é, eles não conseguem visualizar isso *como* aquilo. Segundo Wittgenstein o "cego para o aspecto", isto é, aquele que não consegue ver uma figura ora *como* isso, ora *como* aquilo (assim como quem não vê 2^3 *como*

8 ou 5×3 como 3×5) é semelhante àquele que não tem "ouvido musical" (WITTGENSTEIN, 1999, p. 194). Hebeche nos ajuda a compreender:

O cego para o aspecto está incapacitado para a visão de conjunto da forma [...]. Pode-se dominar algumas técnicas musicais ou de desenho, mas a falta do "ouvido musical" ou do "olho de pintor" impede que pela música ou pela pintura se tenha acesso a um mais autêntico domínio dessas técnicas. A surdez para certos ritmos ou tonalidades é uma carência de domínio técnico [...]. Portanto, a cegueira para o aspecto não é um processo interno em que se reconheceriam aspectos de objetos, mas a falta de habilidade de lidar com a sutileza das palavras na linguagem (HEBECHE, 2002, p. 108-109).

O conceito de *cegueira para o aspecto* vem enfatizar também o parentesco entre o “ver como” e o “vivenciar a significação de uma palavra” (WITTGENSTEIN, 1999), isto é, aquele que é incapaz de observar os diferentes aspectos em uma figura se assemelha àquele que, por exemplo, não entende “segura” ora como verbo ora como adjetivo (GIANNOTTI, 1995), como também se assemelha àquele que não vê a diagonal do retângulo como hipotenusa ou àquele que não vê 8 como 2^3 , etc.

Retomando o trecho em epígrafe, perguntamos: do que carece o cego para o aspecto? E assim podemos responder: da capacidade, da técnica de discriminar isto e aquilo: “Apenas de alguém que *pode*, aprendeu, domina isto e aquilo, tem sentido dizer que ele vivenciou *isso*” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 190)

5 Considerações finais

Neste trabalho procuramos apontar como as ideias de Wittgenstein podem ajudar a compreender algumas das dificuldades de aprendizado na Matemática, mostrando que *ver algo como* outra coisa, depende do domínio de técnicas linguísticas, que precisam ser aprendidas, isto é, notar um aspecto, assim como usar uma mesma palavra em diferentes contextos, ou ver um número como uma potência, não é óbvio e, portanto, depende da instrução intencional do mestre.

Destarte, acreditamos que a discussão sobre o conceito de *ver-como*, como também sobre o conceito de *cegueira para o aspecto* se apresenta relevante para a Educação Matemática, uma vez que pode ajudar o professor a compreender a dinâmica da aprendizagem em Matemática, na medida em que considera a compreensão dos conteúdos não como processos mentais, mas como *capacidades*, o que pode tornar o mestre mais atento para a necessidade de explicitar as conexões entre os conceitos, que nos permitem *ver* isso *como* aquilo.

Como o próprio título indica, este trabalho é um ensaio, isto é, nossa intenção é a de incrementar a discussão a respeito da visualização no aprendizado da matemática, suscitando a discussão a respeito do *ver-como* wittgensteiniano e sua relevância para a Educação Matemática, esperando aguçar o interesse para novos trabalhos envolvendo o tema, aprofundando a discussão.

6 Agradecimentos

Agradecemos aos professores Janeisi de Lima Meira e Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior pela leitura atenta e sugestões feitas em uma versão preliminar deste artigo, as quais contribuíram para sua finalização. Gostaríamos de agradecer também a Coordenação de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro com a bolsa de estudos de doutoramento do Programa Observatório da Educação (OBEDUC) do Grupo de Estudo, Pesquisa e Extensão “Formação de Professores de Ciências”, da Universidade Federal do Pará, campus de Castanhal.

Referências

- ALLOA, Emmanuel. Seeing-as, seeing-in, seeing-with: looking through images. In: HEINRICH, Richard et al. (edit.). **Image and Imaging in Philosophy, Science and the Arts**: Proceedings of the 33rd International Ludwig Wittgenstein-Symposium in Kirchberg, 2010. Frankfurt · Lancaster · Paris · New Brunswick: Ontos Verlag, 2011, pp. 179–190.
- BOUVERESSE, Jacques. **Wittgenstein**: la rime et la raison (Science, Éthique et Esthétique), Paris: Les Editions Minuit, 1973.
- BUDD, Malcolm. **Wittgenstein's Philosophy of Psychology**. London: Routledge, 1989.
- FLORES, Cláudia Regina. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **Zetetiké**, campinas, vol. 18, 2010, pp. 271-294.
- GIANNOTTI, José Arthur. **Apresentação do mundo**: considerações sobre o pensamento de Ludwig Wittgenstein. São Paulo: Companhia das letras, 1995.
- GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, 2008.
- GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Ver e ver como na construção do conhecimento matemático. In: IMAGUIRE, Guido; MONTENEGRO, Maria Aparecida; PEQUENO, Tarcísio (Org.). **Colóquio Wittgenstein**. Fortaleza: Edições UFC, 2006, pp. 73-93.
- GRAYLING, Anthony Clifford. **Wittgenstein**. Tradução de Milton Camargo Mota. São Paulo: Loyola, 2002 (Coleção mestres do pensar).
- HEBECHE, Luiz. **O mundo da consciência**: ensaio a partir da filosofia da psicologia de L. Wittgenstein. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.
- JASTROW, Joseph. **Fact and fable in psychology**. London: Macmillan, 1901.
- MCGINN, Marie. **Wittgenstein and the Philosophical Investigations**. London: Routledge, 2002.
- MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein**: os labirintos da linguagem - ensaio introdutório. Campinas: Editora da UNICAMP, 2000 (Coleção Logos).
- PRESMEG, Norma. Research on visualization in learning and teaching mathematics. In: GUTIÉRREZ, Angel; BOERO, Paolo. (Ed.). **Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education**: Past, Present and Future. Rotterdam: Sense Publishers, 2006. p. 205-235.
- RORTY, Richard. **Essays on Heidegger and Others**: Philosophical Papers Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

SILVA, Paulo Vilhena da. **O aprendizado de regras matemáticas:** uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. Belém: UFPA, 2011. Dissertação (mestrado em Educação Matemática).

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Fichas (Zettel).** Lisboa: Edições 70, 1989.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas.** São Paulo: Nova cultural, 1999 (coleção os pensadores).

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Last Writings on the Philosophy of Psychology (Volume 1).** Oxford: Blackwell, 1998.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observações sobre a filosofia da psicologia – Vol. I e II.** Aparecida: Idéias & Letras, 2008.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus Logico-philosophicus.** São Paulo: Edusp, 1993.