

## **Ladrilhamentos como um produto educacional: possibilidades para a formação inicial e continuada de professores de matemática**

### **Tilingas an Educational Product: possibilities to mathematics teacher in training and service**

Rejane Siqueira Julio<sup>\*</sup>  
Guilherme Henrique Gomes da Silva<sup>\*\*</sup>  
Andréia do Carmo de Oliveira<sup>\*\*\*</sup>  
Vinícius Gabriel Silva Nogueira<sup>\*\*\*\*</sup>

#### **Resumo**

O objetivo deste artigo é apresentar e discutir um produto educacional denominado Ladrilhamento e Educação Matemática, construído, inicialmente, para uma atividade de formação continuada, proposta pela Secretaria Municipal de Educação da Prefeitura Municipal de Alfenas-MG, envolvendo perímetros, áreas, localização dos números racionais na reta e composição artística. O processo de criação e teorização sobre o produto levantou tantas possibilidades que vimos sua potencialidade em abordar outros temas como combinatória, frações, transformações geométricas e números irracionais. Tendo em vista que a criação e utilização de produtos educacionais envolvem modos de ver e conceber a Educação Matemática, nossa produção foi pautada, principalmente, nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos, com foco na produção de significados e na utilização de recursos didáticos com base em cenários de investigação. Deste ponto de vista, um produto educacional não se trata de um fim educacional, mas de um meio para que a intenção didática de um professor possa ser atendida de forma a produzir conhecimentos em salas de aula de matemática.

**Palavras-Chave:** Pavimentação parcial. Geometria Euclidiana Plana. Ensino Fundamental. Cenários para investigação. Modelo dos Campos Semânticos.

---

<sup>\*</sup>Doutora em Educação pela UNICAMP. Docente do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). E-mail: [rejane.julio@unifal-mg.edu.br](mailto:rejane.julio@unifal-mg.edu.br)

<sup>\*\*</sup>Doutor em Educação Matemática pela UNESP de Rio Claro (SP). Docente do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIFAL-MG. E-mail: [guilherme.silva@unifal-mg.edu.br](mailto:guilherme.silva@unifal-mg.edu.br)

<sup>\*\*\*</sup>Discente do Curso de Matemática-Licenciatura da UNIFAL-MG. E-mail: [andreia\\_areado88@hotmail.com](mailto:andreia_areado88@hotmail.com).

<sup>\*\*\*\*</sup>Discente do Curso de Matemática-Licenciatura da UNIFAL-MG. E-mail: [vgabriel1903@gmail.com](mailto:vgabriel1903@gmail.com).

## Abstract

This paper seeks to present and to discuss an educational product named Tiling and Mathematics Education. Initially, it was constructed for a continuous training activity addressed to teachers in service of Municipal Secretary of Education of Alfenas-MG. The educational product involves matters as perimeters, areas, location of numbers rational and artistic composition. The process of creation and theorization about the product has raised so many possibilities that we have seen its potential in addressing other themes such as combinatorics, fractions, geometric transformations and irrational numbers. Considering that the creation and use of educational products involves ways of seeing and conceiving Mathematics Education, our production was based mainly on the Model of Semantic Fields, focusing on the production of meanings and the use of didactic resources based on in landscapes of investigation. From this point of view, an educational product is not an educational end, but a way for the didactic intention of a teacher to be attended in order to produce knowledge in mathematical classrooms.

**Keywords:** Partial Paving. Flat Euclidean Geometry. Elementary Education. Landscapes of investigation. Model of Semantic Fields.

## 1. Introdução

Muitos trabalhos têm discutido as potencialidades pedagógicas de recursos manipuláveis para o ensino e a aprendizagem da matemática (COSTA, 2011; LORENZATO, 2006; MURARI, 2011). Neste tema, investigações têm apontado resultados importantes envolvendo a interdisciplinaridade entre a matemática e outras disciplinas (SANTOS, 2006; SANTOS; BICUDO, 2015), a inclusão escolar (MARCELLY, 2015; PEREIRA, 2012; ULIANA, 2013), o uso de tecnologias digitais educacionais (SILVA, 2010; SILVA; PENTEADO, 2013) e o trabalho em ambientes não-formais de ensino, como, por exemplo, o desenvolvimento de atividades educativas com pessoas idosas (LIMA, 2015; SILVA; SILVA; SILVA, 2017).

Dentro desta temática, buscamos neste trabalho apresentar e discutir um produto educacional, baseado em recursos manipuláveis, envolvendo ladrilhamentos e Educação Matemática, direcionado para a formação inicial e continuada de professores de matemática. O mesmo foi desenvolvido por meio de uma parceria entre docentes do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG) e a Secretaria Municipal de Educação da Prefeitura Municipal de Alfenas-MG (SME). Além disso, discutiremos algumas

situações que surgiram a partir do desenvolvimento de um *workshop* sobre o produto educacional voltado para professores de matemática em serviço na rede pública municipal de Alfenas-MG e com estudantes do segundo período do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAL-MG.

Inicialmente, a SME apresentou as demandas e as necessidades dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental do município, apontando a intenção de trabalhar com temas e atividades envolvendo equações, números racionais, perímetro, área e volume. Nesse sentido, o produto educacional elaborado foi idealizado pelo primeiro autor e construído e aplicado pelos demais. Ele foi denominado “Ladrilhamento e Educação Matemática”. Como já destacado, trata-se de um material manipulável, com uma proposta de atividade envolvendo a localização de números racionais na reta por meio de medições, perímetro, área e possíveis conexões entre educação matemática e arte. No entanto, o produto não ficou restrito a esses assuntos. Outros conteúdos podem ser abordados, como combinatória, frações, transformações geométricas e números irracionais.

Para a construção do produto educacional discutido neste artigo, nos respaldamos na concepção apresentada por Sousa (2013). Apoiada nos trabalhos de Manoel Oriosvaldo de Moura (MOURA, 2002; MOURA, 2010), Sousa salienta que os produtos educacionais, no âmbito da Educação Matemática, são resultados de processos reflexivos e contextualizados, que contêm saberes dos professores da educação básica, futuros professores e pesquisadores. Eles contêm “fluência, movimento e nunca estão prontos e acabados, porque representam a dinâmica das aulas de Matemática vivenciadas tanto pelos estudantes quanto pelos professores da educação básica” (SOUSA, 2013, p. 883). Nesse sentido, os produtos educacionais possuem o objetivo de “criar situações de ensino e de aprendizagem; definir os modos ou procedimentos que colocarão os conteúdos matemáticos em jogo nas salas de aula; eleger os recursos metodológicos adequados aos objetivos e ações” (SOUSA, 2013, p. 883). Quando Sousa (2013) discute produto educacional, no nosso ponto de vista, ela amplia as formas de interpretar os recursos didáticos, dentre eles os manipuláveis, ao dizer que os

produtos educacionais contêm atividades de ensino que se materializam na sala de aula, a partir de uma gama de estratégias, como jogos, situações emergentes ou mesmo histórias virtuais.

No nosso caso, o produto educacional elaborado surgiu de uma necessidade de formação continuada de professores, apontada pela SME, em que nos foi solicitado lidar com certos conteúdos matemáticos e recursos que pudessem servir de inspiração para os professores utilizarem, adaptarem e construir outros produtos educacionais. Dessa forma, apresentaremos nosso produto educacional, em um primeiro momento, buscando fornecer possibilidades para a construção de produtos semelhantes.

Em seguida, abordaremos o Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1999, 2012) e a criação de cenários de investigação (SKOVSMOSE, 2000, 2014b), que são as perspectivas teóricas subjacentes à elaboração do mesmo. Como nosso produto educacional foi utilizado em um *workshop* com professores em serviço e com futuros professores de matemática, também faremos uma discussão sobre as situações vivenciadas com essas pessoas.

Por fim, teceremos considerações sobre os produtos educacionais na Educação Matemática, ressaltando a dependência deles às intenções de um professor e às dinâmicas de sala e o que Sousa (2013) fala sobre a fluidez, o movimento e a característica dos produtos não terem um caráter pronto e acabado.

## **2. O produto Ladrilhamento e Educação Matemática**

O produto “Ladrilhamento e Educação Matemática” foi idealizado a partir dos ladrilhos hidráulicos e inspirado em elementos dos PCN (BRASIL, 1998) como a composição e decomposição de figuras e o cálculo de áreas. Ele é formado, como está na Figura 1, por um kit em EVA, contendo duas placas cinza quadradas, dez tipos de peças padrões (de P1 até P10), conforme Figura 5, na cor preta. Possui ainda peças triangulares pequenas (64 vermelhas, 32 amarelas e 20 azuis) que, combinadas, possibilitam a composição de um conjunto amplo de

formas para a criação de ladrilhos com diferentes padrões. Junto com o kit, também elaboramos uma sugestão de atividade, que foi trabalhada anteriormente em um curso de formação continuada com professores dos anos finais do Ensino Fundamental e com alunos do segundo período do curso de graduação em Licenciatura em Matemática da UNIFAL-MG.

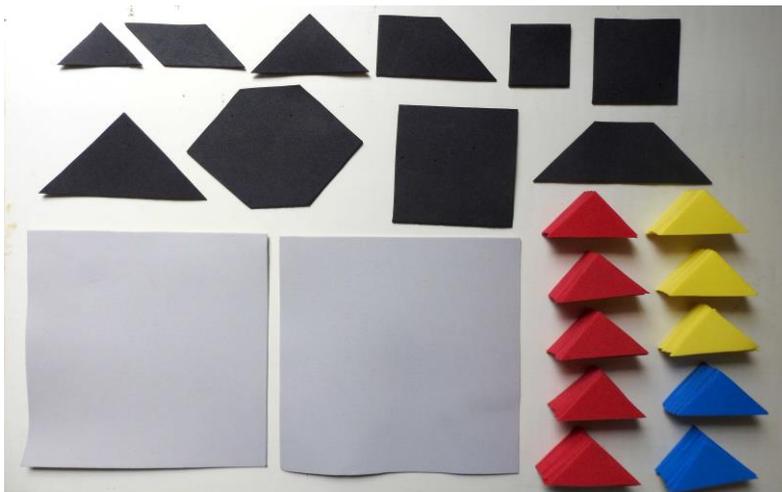


Figura 1. Ladrilhos e peças para o ladrilhamento.  
Fonte: Os autores.

Segundo Portland (2010), ladrilho hidráulico é uma

Placa de concreto de alta resistência ao desgaste para acabamentos de paredes, pisos internos e externos, contendo uma superfície com textura lisa ou em relevo, colorida ou não, de formato quadrado, retangular ou outra forma geométrica definida. Sua principal característica é a alta resistência a zonas de tráfego intenso, aliando características antiderrapantes e de alta resistência à abrasão, o que o torna indicado para calçadas, passeios públicos, praças, garagens, estacionamentos, rampas para automóveis, ambientes internos, bordas de piscinas etc., oferecendo segurança para as pessoas mesmo quando molhados (PORTLAND, 2010, p. 9).

Portland (2010) destaca que os ladrilhos hidráulicos tiveram sua origem nos antigos mosaicos bizantinos e surgiram no Brasil no final do século XIX, inicialmente para o revestimento de paredes e, posteriormente, para o

revestimento de pisos. Eles receberam este nome pelo fato de serem apenas molhados, sem a necessidade do processo de queima<sup>1</sup>.

Os ladrilhos hidráulicos podem apresentar desenhos de diversos temas, dentre eles geométricos, florais e arabescos e quando unidos podem, ou não, apresentar padrões. Devido ao fato de os ladrilhos apresentarem diversas formas geométricas, eles podem ser vistos como uma possibilidade para a educação matemática.

Em uma revisão de literatura realizada no Google Acadêmico e no portal de periódicos da CAPES, na época da confecção do nosso produto educacional, encontramos os artigos de Fonseca e Ferreira (2011) e Ferreira e Fonseca (2013) que relacionaram, de forma específica, o trabalho com ladrilhos hidráulicos na educação matemática<sup>2</sup>. Estes autores descrevem uma pesquisa, em andamento até então, que visava aproximar a confecção dos desenhos dos ladrilhos hidráulicos com conceitos matemáticos da escola básica, na perspectiva da Etnomatemática.

Para tanto, trabalharam com estudantes de um curso de licenciatura em matemática. Os estudantes realizaram uma pesquisa de campo em casarões antigos da cidade de Pelotas-RS, visando conhecer os ladrilhos hidráulicos existentes nestas construções e explorar tais formas por meio de atividades com estudantes do Ensino Fundamental. Não encontramos, ainda, uma publicação desses autores que trouxessem um relato sobre a pesquisa finalizada.

O trabalho com os ladrilhos envolve a pavimentação do plano. Para Santos (2006, p. 32), “as pavimentações do plano por polígonos consistem no recobrimento de uma região plana sem que haja espaços ou sobreposição entre os polígonos”. No caso de nosso produto educacional, a pavimentação é de um plano delimitado, podendo ser chamada de pavimentação parcial, definida

---

<sup>1</sup>Portland (2010) apresenta uma descrição detalhada a respeito do processo de fabricação dos ladrilhos hidráulicos. Um vídeo com mais detalhes sobre o processo de fabricação dos mesmos pode ser visto no documentário: <https://vimeo.com/36099572>, acesso em: 12 jan. 2018.

<sup>2</sup> Na próxima seção mencionaremos outras pesquisas envolvendo ladrilhamentos em contextos mais gerais.

como: “um conjunto de polígonos é uma pavimentação parcial do plano se, e só se, o conjunto de polígonos *cobre sem cruzamentos* uma região poligonal simples fechada do plano” (BARBOSA, 1993, p. 3).

Essas pavimentações parciais ocorrem em cima de placas cinza, de modo que a união das peças triangulares forme um ladrilho que, quando unido a várias de suas cópias, possua um padrão geométrico, como pode ser visto nas figuras abaixo.

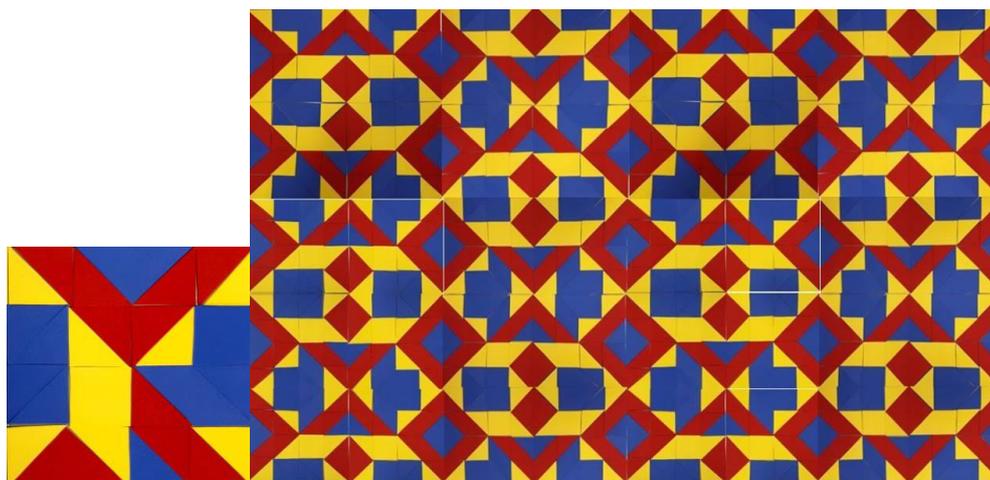


Figura 2. Ladrilho construído utilizando o Kit e pavimentação gerada por ele.  
Fonte: Os autores

### **3. Nossos pressupostos teóricos sobre o produto educacional e seu processo de construção**

Cada produto educacional utilizado na Educação Matemática possui uma visão de educação, de matemática, de sujeito e de mundo. Em outras palavras, existem diferentes propostas pedagógicas que podem justificar a construção de um produto. Em relação ao nosso, em particular, Ladrilhamento e Educação Matemática, nos baseamos nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (LINS, 1999, 2012)<sup>3</sup>, no qual o aspecto central de toda aprendizagem é a produção de significados, o que implica em produção de conhecimentos.

---

<sup>3</sup>O Modelo dos Campos Semânticos é um modelo epistemológico, cujas noções centrais são conhecimento, objeto e significado. Ele foi criado em 1992 pelo educador matemático Romulo Campos Lins.

Nesta perspectiva, produção de significados é tudo o que uma pessoa pode e efetivamente diz de algo em uma atividade ou situação(LINS, 1999, 2012). Não se trata de tudo o que uma pessoa pode dizer sobre o produto educacional, mas o que ela diz no momento em que ela se depara com ele para realizar a atividade que propomos ou que podem ser criadas a partir dele. Se há produção de significados por parte das pessoas que se deparam com o produto, há, também, a nossa produção de significados para ele, que envolveu desde as nossas pesquisas, análises e escolhas até o produto finalizado. É sobre isto que falaremos nesta seção.

Além disso, nos pautamos na ideia de Skovsmose (2014b) a respeito da criação de cenários para investigação durante as aulas de matemática. Para Skovsmose, tal cenário é um ambiente de aprendizagem que possibilita a abertura para diferentes produções de significados, em termos específicos, para que os participantes se engajem em atividades onde possam enunciar perguntas, planejar linhas de investigação próprias, discutir com seus pares e refletir sobre as implicações de suas ações no trabalho. De acordo com Skovsmose (2014), um cenário para investigação é um ambiente que convida os participantes a formular questões e procurar por explicações. O convite, é simbolizado pelo “o que acontece se...?” do professor e o aceite para se engajar nas atividades é o manifestado pelo “Sim, o que acontece se...?” dos participantes(SKOVSMOSE, 2000).

Dessa forma, apesar de cada participante ter a possibilidade de fazer o uso do material da forma que desejar, buscamos desenvolver um cenário para investigação em nossa prática com os professores e futuros professores, visando um incentivo para que pudessem refletir sobre ele quando utilizaram o produto.

O kit e a atividade que propomos, baseados no MCS e nos cenários para investigação, partiu da escolha do tema geometria apontado pelos professores à SME. Consideramos que, em trabalhos de formação continuada de professores, é importante considerar os *foregrounds* dos participantes(SKOVSMOSE, 2014a,

2014b), uma vez que a ideia principal é que os mesmos possam refletir sobre a potencialidade do trabalho com o produto educacional em sua prática docente.

Segundo a SME, o tema geometria foi escolhido por se tratar de um assunto que os professores possuíam dificuldades em trabalhar com seus estudantes do Ensino Fundamental, corroborando então com Caldato e Pavanello(2015). Segundo estas autoras, tal dificuldade tem sido traduzida num abandono histórico e ainda atual do ensino de geometria no Brasil.

Uma vez escolhido o tema, nos direcionamos a pensar que tipo de atividade e recurso didático proporíamos na qual faria sentido pensar perímetro e área, temas que os alunos produzem significados distintos do que um professor espera, como apontam os PCN (BRASIL, 1998) e temos observado nas atividades que temos desenvolvido com estudantes das séries finais do Ensino Fundamental na cidade de Alfenas (MG), de forma que eles estivessem integrados no contexto de atividade.

É importante ressaltar que, no MCS, uma atividade ou recurso didático não vem antes de uma intenção didática, por uma questão de moda ou modismo educacional, mas vem como uma forma de contribuir para que a intenção didática de um professor possa ser atendida, ou seja, que os alunos produzam significados na direção que ele espera.

Como já trabalhamos com dobraduras (origamis), Tangram, planta baixa de casas, dentre outros materiais para abordar geometria, nos colocamos na posição de pensar outra atividade e material de forma que pudéssemos trabalhar com noções matemáticas e outro aspecto das atividades humanas, que são as artes. A inspiração em trabalhar com ladrilhamentos veio de algumas partes dos PCN (BRASIL, 1998) que discutimos na disciplina de “Prática de Ensino e Estágio I” do curso de Licenciatura em Matemática que um dos autores é o responsável. Os trechos são:

Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrams, polígonos, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos, hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser

composta/decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos (BRASIL, 1998, p. 123).

[...]O trabalho com áreas deve apoiar-se em procedimentos que favoreçam a compreensão das noções envolvidas, como obter a área pela composição e decomposição de figuras cuja área eles já sabem calcular (recortes e sobreposição de figuras) por procedimentos de contagem (papel quadriculado, ladrilhamento), por estimativas e aproximações (BRASIL, 1998, p. 131).

A palavra *ladrilhamento* chamou nossa atenção. A partir disso, começamos a pesquisar sobre o tema e encontramos, além das pesquisas já mencionadas, alguns trabalhos e propostas de minicursos (por exemplo, DANTAS et al., 2013), textos sobre intervenções pedagógicas (AFINI; SOUZA JÚNIOR, 2013; MELLO, 2015; ROSSI; BISOGNIN, 2009) e pesquisas de pós-graduação (LOURENÇO, 2014; RIBEIRO, 2013; SANTOS, 2006). As pavimentações do plano discutidas nessas pesquisas não se limitavam a um plano de dimensões fixas, mas foram importantes para nós no aspecto das teorizações realizadas pelos autores.

Consideramos que o trabalho com perímetro e área por meio de pavimentações do plano poderia favorecer a aprendizagem se delimitássemos o plano. Por isso nos direcionamos para o trabalho com pavimentações parciais inspirados nos ladrilhos hidráulicos, e para a confecção de um material manipulativo que se apresentasse como uma real possibilidade de uso em salas de aula.

A partir disso, começamos a refletir sobre a forma de se elaborar os padrões de ladrilhamento que seriam construídos nas atividades. Por se tratar de uma pavimentação parcial, fizemos testes de pavimentação, como descrito em Santos (2006), usando, por exemplo, triângulos equiláteros e hexágonos regulares, mas nos deparamos com dificuldades relacionadas aos números irracionais para construir figuras em EVA de forma a preencher o ladrilho quadrado cinza que estipulamos como base. Dessa forma, acabamos gerando as

peças da Figura 1 e começamos a manipulá-las sob o ladrilho cinza, construindo diferentes padrões.

Esses padrões nos fizeram pensar em simetrias (transformações geométricas – isometrias e homotetias), na impossibilidade de construção de alguns padrões, devido aos números irracionais, na quantidade de combinações que podemos fazer entre as peças, no número ideal de peças triangulares para formar o kit utilizando duas ou mais cores e, também, na abordagem de frações.

Em relação a abordagem de frações, por exemplo, podemos pegar a placa cinza, com cada lado medindo 18 cm, e riscar nela uma malha com 16 quadrados, de 4,5 cm de lado, resultantes da divisão por quatro de cada lado do quadrado. Podemos, ainda, formar uma malha triangular ao riscar a diagonal de cada um dos 16 quadrados.

Ao fazermos isso, vimos que a quantidade de peças para preencher o ladrilho poderia nos fornecer frações de preenchimento com denominador 16 ou 32. Na figura abaixo temos um ladrilho no qual o triângulo P1 foi considerado como unidade fracionária e a fração que corresponde ao uso das peças pretas é  $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$  e ao uso de peças laranjas é  $\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$ . Uma questão que poderia ser feita é: como criar um ladrilho de duas cores que tivesse um preenchimento com  $\frac{15}{32}$  de peças amarelas?



Figura 3. Ladrilho que possui um preenchimento de um quarto de peças pretas e três quartos de peças laranjas.

Fonte: construção feita pelos autores no software Geogebra.

Além dessa relação com frações, a base possui uma área, assim como as peças, e uma questão que se fez presente para nós foi a forma como relacionar o preenchimento da base tomando como referência as áreas das peças. Isso gerou

diversas perguntas: é possível estabelecer uma relação de preenchimento da base somente do ponto de vista das áreas das peças? Há uma relação de área da peça 8 (P8) da Figura 5 com o ladrilho? Quantas peças P8, da Figura 5, seriam necessárias para preencher o ladrilho? Mesmo com tal número de peças, é possível preencher todo ladrilho?

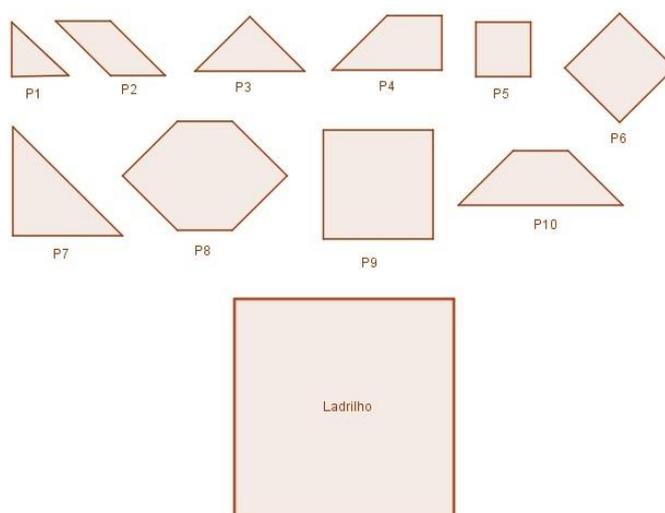


Figura4. Montagem no Geogebra do kit de ladrilhamento.  
Fonte: construção feita pelos autores no software Geogebra.

Com isso, vimos o quanto o trabalho com frações ou áreas, dentre outras possibilidades, nosso produto pode propiciar, provendo a criação de diferentes cenários para investigação em educação matemática. Como a confecção dos ladrilhos hidráulicos requer um molde, não somente para a base, mas para marcar os padrões na peça, o tema perímetro se justificaria pela construção de um molde ou forma que contenha um padrão. A construção desse molde precisa, então, ser projetada e, para isso, é necessário que as dimensões do padrão sejam fornecidas e que elas estejam adequadas ao perímetro da base.

Com todas essas potencialidades do material, construímos uma atividade para compor nosso produto educacional. Esta atividade será descrita na próxima seção. Antes, porém, é importante destacar que nossa produção de significados para a construção do material e, conseqüentemente do produto educacional, mostra nosso movimento de confecção das atividades e abre aos professores de

matemática um conjunto de outras possibilidades nas quais podem utilizar durante suas aulas.

#### 4. O desenvolvimento do produto educacional

Após a confecção do produto educacional e da realização de testes preliminares sobre diferentes possibilidades de construção de ladrilhos, elaboramos a atividade contida no Quadro 1, visando seu desenvolvimento com futuros professores de matemática e também com professores de matemática em serviço. A atividade envolve conteúdos relacionados à localização de números racionais na reta, por meio de medições, perímetro, área e possíveis conexões entre educação matemática e arte. É importante ressaltar que outras atividades podem ser elaboradas envolvendo diferentes temas matemáticos.

**Atividade:**

Um empresário de uma indústria de ladrilhos hidráulicos leu em um jornal que estamos no Biênio da Matemática (anos 2017 e 2018) e resolveu lançar um desafio de ladrilhamento que, para ele, se adequa aos vários objetivos do Biênio, sendo um deles: oferecer atividades de ensino, artísticas e lúdicas<sup>4</sup>. Para isso ele e sua equipe elaboraram duas atividades para serem executadas nas escolas da cidade em que a indústria está situada. Uma relacionada com a montagem de um ladrilho de dimensões fixa usando apenas duas cores e outra relacionada com a montagem de um ladrilho de dimensões fixa usando diversas cores. A premiação para a melhor<sup>5</sup> de cada uma das atividades envolverá a produção desses dois tipos de ladrilhos pela empresa e o pagamento de uma viagem, com todas as despesas pagas, para a família dos dois ganhadores à São Paulo incluindo visita ao MASP (Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand) e outros locais a definir. Junto com as atividades foi enviado um kit em EVA (Figura 1) para os alunos manipularem e confeccionarem os ladrilhos tendo a peça cinza como base, as peças pretas como possibilidades de figuras geométricas que podem ser utilizadas e as peças triangulares pequenas para formar as figuras geométricas e, conseqüentemente, o ladrilho. Os roteiros das atividades seguem abaixo:

Quadro 1. Atividade elaborada.

Para o desenvolvimento da atividade, a equipe construiu dois roteiros, que foram trabalhados com os participantes (Quadro 2 e Quadro 3):

<sup>4</sup>Disponível em: <https://www.bieniodamatematica.org.br/o-que-e.html>. Acesso em: 05 ago. 2017.

<sup>5</sup>A melhor atividade envolve a composição mais bonita e com uma simetria interessante. Lembrando que os ladrilhos serão usados para revestir paredes ou pisos.

### Roteiro 1

- Montar um ladrilho quadrado usando apenas duas cores e as peças triangulares pequenas, utilizando as peças pretas como modelos de figuras que podem ser construídas. É importante que o ladrilho possua um padrão.
- Calcular o perímetro e a área de cada figura diferente utilizada no ladrilhamento.
- Fazer o desenho do ladrilho, na malha abaixo, fornecendo todas as medidas, de forma a possibilitar a construção de um molde ou forma para ser usada pela empresa para a produção do ladrilho.



Quadro 2. Roteiro 1.

### Roteiro2

- Montar um ladrilho quadrado usando diferentes cores e as peças triangulares pequenas, utilizando as peças pretas como modelos de figuras que podem ser construídas. É importante que o ladrilho possua um padrão.
- Calcular o perímetro e a área de cada figura diferente utilizada no ladrilhamento.
- Fazer o desenho do ladrilho, fornecendo todas as medidas, de forma a possibilitar a construção de um molde ou forma para ser usada pela empresa para a produção do ladrilho.



Quadro 3. Roteiro 2.

Antes de utilizar o produto na formação de professores de matemática da SME, ele foi desenvolvido de forma preliminar com 3 discentes voluntários do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAL-MG, dos sexto e oitavo

períodos, que, posteriormente, colaboraram nas etapas posteriores de execução com professores de matemática em serviço.

A atividade foi elaborada para ser desenvolvida em uma hora e trinta minutos com os professores da SME, considerando que a dinâmica com eles envolveria uma conversa inicial, uma familiarização com o material, manipulações e uma discussão final. Na conversa inicial, nosso objetivo foi o de conhecer os professores, visto que era o nosso primeiro contato com os mesmos. Em seguida, iniciamos uma apresentação sobre os significados de ladrilhamento e do kit que os professores manipulariam.

Em um primeiro momento, por se tratar de um material que os professores não conheciam, houve um estranhamento por parte de alguns deles, lido por nós pelas falas *“eu não sou boa em manipular, eu gosto é de literatura”*, *“como vou começar?”*, *“nossa, parece que me deu branco!”* e *“eu não sou criativo para esse tipo de atividade”*. Houve, também, um certo preconceito, lido pela fala *“isso é coisa de pedreiro”*, *“essa atividade é para a disciplina de artes”* ou *“agora vou virar arquiteto”*. Uma professora nos contou uma situação relacionada a atividade e a um contexto pessoal vivido por ela: uma parte de sua casa ia ser ladrilhada e havia poucos porcelanatos de um tipo e vários de outro, ela mediu a região a ser pavimentada, desenhou um padrão e solicitou ao pedreiro fazer exatamente o que ela tinha desenhado, o pedreiro fez o que ela pediu gerando satisfação para ela.

Quando o primeiro ladrilho foi produzido (Figura 6), tiramos uma foto e utilizamos recursos computacionais para editá-la de forma que os professores pudessem visualizar como seria o preenchimento de uma região com esse ladrilho (Figura 7). Após isso, os professores, exceto um, se animaram com a atividade e se engajaram em construir ladrilhos, criando diferentes padrões, aceitando o convite para ingressar no cenário para investigação que estávamos propondo.

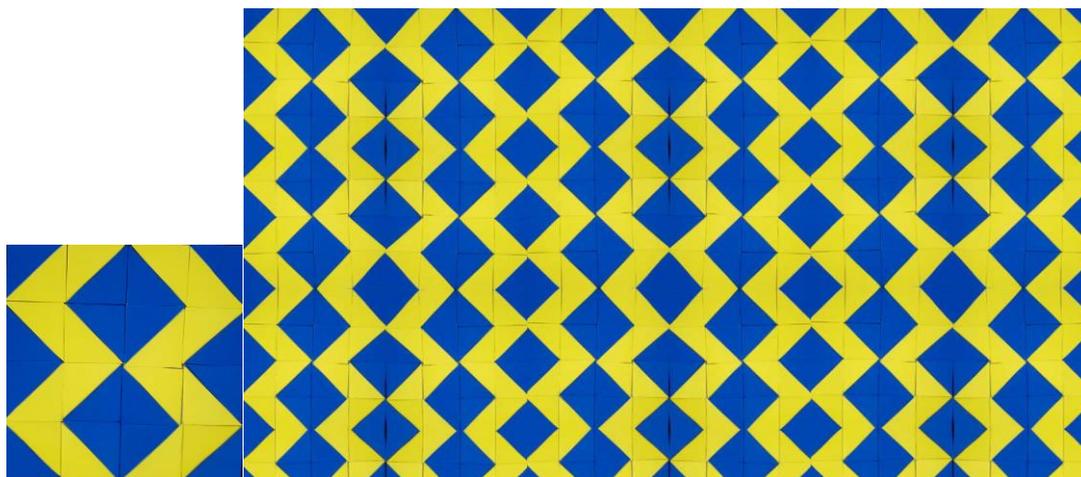


Figura 5. Ladrilho feito por um professor e pavimentação gerada por ele.  
Fonte: Arquivo dos autores.

Com relação à montagem de padrões, uma professora montou um ladrilho que não respeitava a região delimitada, mas ela gostou tanto do que fez que não quis desfazer e adaptou a primeira versão que tinha criado de modo que suas peças encaixassem de acordo com o que foi solicitado no roteiro. Outro professor utilizou somente as peças pretas para compor o ladrilho, encarando o material como um quebra cabeça, no qual o desafio seria montar um quadrado com as mesmas dimensões do ladrilho cinza.

Consideramos que somente este professor não aceitou o convite que propomos. No entanto, ele criou outro cenário para investigação com o material manipulativo que elaboramos, onde tentava preencher o ladrilho cinza somente com as peças pretas. Isso contribuiu para fomentar as discussões sobre outros tipos de atividade que poderiam ser criadas com o material, mostrando o caráter dinâmico dos produtos educacionais.

A atividade foi realizada na parte da manhã e na parte da tarde, com professores diferentes em cada turno. No primeiro turno notamos que a utilização das peças pretas ficou descontextualizada, o que fez com que os professores sequer as utilizassem. Na parte da tarde, enfatizamos as peças padrões, dizendo que elas foram colocadas como uma sugestão de formas possíveis para tentar evitar somente a utilização dos triângulos. Com essa fala, notamos que os professores passaram a utilizar mais aqueles padrões (Figura 8).

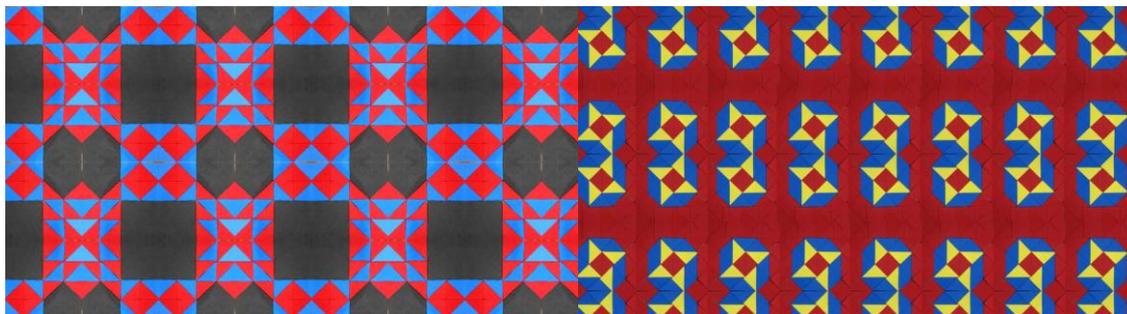


Figura 6. Ladrilhos elaborados.  
Fonte: Arquivo dos autores

Em relação ao restante da atividade, os professores não fizeram os cálculos de áreas, de perímetros e nem dos moldes dos ladrilhos porque o tempo não foi suficiente. A aplicação dessa mesma atividade com estudantes do segundo período do curso de Licenciatura em Matemática foi realizada no contexto de discussão de tendências metodológicas na Educação Matemática, dentre elas a utilização de materiais manipulativos. O tempo destinado a esta atividade foi, também, de uma hora e trinta minutos. Como a utilização das peças pretas gerou dúvidas nos professores da SME, fornecemos um destaque maior ao papel das mesmas aos futuros professores.

Esses estudantes apresentaram um estranhamento em relação ao uso do material, mas, a partir do momento que começaram a manipular e ladrilhos foram surgindo, alguns começaram a reelaborar seus ladrilhos. Em relação as peças pretas, alguns estudantes disseram que elas foram fundamentais em termos de possibilidades. Para outros, elas foram indiferentes e alguns relataram que elas complicaram o desenvolvimento da atividade, porque eles ficavam pensando o que fazer com elas.

Os futuros professores terminaram os cálculos de áreas, de perímetros e dos moldes dos ladrilhos, apresentando algumas dúvidas em relação a algumas áreas, como do paralelogramo e do trapézio. Como discussão final, os alunos sugeriram uma atividade mais ampla com o material, envolvendo a composição e decomposição de figuras, utilizando as peças pretas como base e os triângulos

coloridos para a pavimentação. Tal atividade também seria uma pavimentação parcial, masseria realizada antes da atividade de elaborar os ladrilhos. Para eles, isso ajudaria no entendimento do papel das peças pretas e seria um exercício interessante de rotação de triângulos. Vemos, novamente, outras possibilidades de cenários para investigação com o material.

## **5. Considerações finais**

Neste artigo, apresentamos nossas discussões sobre a produção e utilização de um produto educacional que denominamos de Ladrilhamento e Educação Matemática. A princípio, o produto foi elaborado visando a utilização em um curso de formação continuada de professores para abordar os temas artes, áreas, perímetros e localização dos racionais na reta. Observando as discussões que o material poderia proporcionar, ele foi utilizado, posteriormente, na formação de futuros professores de matemática com o intuito de abordar a utilização de materiais didáticos na Educação Matemática dos Ensino Fundamental e Médio.

Os propósitos de ambas as atividades foram diferentes. No entanto, notamos que algumas situações foram similares. Em relação ao desenvolvimento da atividade em si, houve um estranhamento em lidar com um material desconhecido. A partir do momento que os envolvidos começaram a manipular o material e a criar os padrões, as falas de estranhamento ou de falta de criatividade foram desaparecendo. Consideramos que os professores, em sua grande maioria, e os futuros professores aceitaram o produto educacional que elaboramos e o convite para se engajarem em um cenário para investigação.

De forma geral, o produto educacional que desenvolvemos serviu a diferentes propósitos. Ainda que isso tenha acontecido, a sua utilização não veio antes de uma intenção didática, mas, sim, como uma possibilidade para lidar com os conteúdos matemáticos e discussões educacionais de forma que diferentes modos de produção de significados pudessem ser explicitados e compartilhados.

Como discutido em Dantas e Julio (2014), o uso de um material didático, da perspectiva do MCS não se torna o motivo de uma aula, mas um meio para que

ocorra as produções de significado e, conseqüentemente, a produção de conhecimento. Isso não garante que as produções de significados irão na direção do que o professor espera e pode ocorrer a necessidade de adaptações no próprio material, nos roteiros e nas estratégias utilizadas para o desenvolvimento, pois como salienta Sousa (2013), os produtos educacionais fazem parte de um processo educacional e nunca estão prontos e acabados, eles dependem das dinâmicas vivenciadas nas salas de aula.

Consideramos ainda que o produto educacional discutido neste trabalho possa contribuir para os processos de planejamento e desenvolvimento profissional de professores de matemática que possuam um olhar para as produções de significados que ocorrem (ou podem) ocorrer nas aulas de matemática. Por fim, o próximo passo para o aprimoramento deste produto será o de construir uma versão digital do mesmo, visando analisar suas potencialidades para a criação de outros cenários para investigação.

## 7. Referências Bibliográficas

AFINI, D.; SOUZA JÚNIOR, J. C. D. Mosaicos, pavimentações do plano e o ensino da geometria. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 11. 2013, Curitiba. **Anais...**: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2013

BARBOSA, R. M. **Descobrendo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (5ª a 8ª séries)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R. M. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, Lisboa, Portugal, v. XXIV, n. 1, p. 103-128, 2015.

COSTA, S. M. F. **O Desenvolvimento do sentido de número em contexto pré-escolar**: o impacto dos materiais manipuláveis. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-Escolar), Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, Portugal, 2011.

DANTAS, S. C. et al. Mosaicos, faixas, rosetas e fractais com o Geogebra. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 11. 2013, Curitiba. **Anais...**: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2013

DANTAS, S. C.; JULIO, R. S. O uso de objetos de aprendizagem em um processo de

produção de significados sobre trigonometria. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 16, n. 3, p. 445-456, set./dez. 2014.

FERREIRA, A. L. A.; FONSECA, M. S. D. Ladrilhos Hidráulicos – Aproximando conhecimentos matemáticos. In: VII CIBEM (Congresso Ibero-americano de Educação Matemática), 2013, Uruguai/Montevideo. **Anais...** 2013

FONSECA, M. S. D.; FERREIRA, A. L. A. Etnomatemática e arte na construção de ladrilhos hidráulicos – aproximando saberes. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011. **Anais...** Recife, 2011

LIMA, L. F. D. **Conversas sobre matemática com pessoas idosas viabilizadas por uma ação de extensão universitária**. 2015. 186 f. Tese (doutorado)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Perspectivas em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 75-94.

\_\_\_\_\_. O modelo dos campos semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

LOURENÇO, M. T. C. **O ensino de geometria através da pavimentação do plano**. 2014. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)–Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2014.

MARCELLY, L. **Do improviso às possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos**. 2015. 194 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

MELLO, L. I. P. Ladrilhamentos no plano: uma atividade para o Ensino Médio. **REMAT - Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 1, n. 1, p. 10, 2015.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. p. 143-152.

MOURA, M. O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Liber Livro Editora Ltda, 2010.

MURARI, C. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da

Matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011.

PEREIRA, M. K. D. S. **Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais manipulativos** 2012. 186 f. Dissertação (Mestrado)–Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

PORTLAND, A. B. D. C. **Manual de Ladrilho Hidráulico: passeio público**. São Paulo: Associação Brasileira de Cimento Portland - ABCP, 2010.

RIBEIRO, A. B. M. **As frações que o ladrilhamento revela**. 2013. 132 f. Dissertação (mestrado)–Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

ROSSI, G. D. R.; BISOGNIN, E. Explorando a geometria dos pisos e dos frisos por meio do software Geogebra. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 7, n. 3, 2009.

SANTOS, M. R. D. **Pavimentações no plano: um estudo com professores de matemática e arte**. 2006. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SANTOS, M. R. D.; BICUDO, M. A. V. Uma experiência de Formação Continuada com professores de arte e matemática no ensino de Geometria. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1329-1347, dez. 2015.

SILVA, G. H. G. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 13, 2013.

SILVA, N. D.; SILVA, B. B. D.; SILVA, G. H. G. D. Educação Matemática e atividades investigativas com pessoas idosas: contribuições para o “raciocínio” e a interação social. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7. 2017, Canoas, RS. **Anais...** Canoas, RS: Universidade Luterana do Brasil - ULBRA, 2017 Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7294/3248>>.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

\_\_\_\_\_. **Foregrounds: Opaque Stories about Learning**. Rotterdam: Sense Publishers, 2014a.

\_\_\_\_\_. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papyrus, 2014b. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SOUSA, M. D. C. D. Quando professores que ensinam matemática elaboram produtos educacionais, coletivamente, no âmbito do mestrado profissional. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 875-899, dez. 2013.

ULIANA, M. R. Inclusão de Estudantes Cegos nas Aulas de Matemática: a construção de um kit pedagógico. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 597-612, 2013.